

**Раздел 3. Инженерное обеспечение**

УДК 532.5.013.2; 534-143

**ГИДРОДИНАМИКА ГАЗОВЫХ ПОЛОСТЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**Чемодуров В.Т.<sup>1</sup>, Ажермачев С.Г.<sup>2</sup>, Литвинова Э.В.<sup>3</sup>

ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им В.И. Вернадского»,  
 Институт «Агротехнологическая академия»,  
 295492, Российская Федерация, Республика Крым, г. Симферополь, п. Аграрное  
 e-mail: Chens\_mu1@mail.ru<sup>1</sup>, SGA.simf@gmail.com<sup>2</sup>, EllaLit@mail.ru<sup>3</sup>

**Аннотация.** Изучаются вопросы защиты подводных объектов при помощи воздушных полостей цилиндрической формы. Основная проблема гидродинамики воздушных полостей – определение гидродинамических сил, возникающих на поверхности деформируемой системы и зависящих от ее формы и характера движения. Поэтому необходимо исследование движения самой деформируемой системы. Рассматривается деформируемый цилиндрический объект конечной длины как физическая модель реальной воздушной защиты объекта. Решена прямая задача гидродинамики, связанная с определением полей давления по заданному движению поверхности деформируемой системы. Полученный результат может быть использован для решения обратной задачи, связанной с определением движения поверхности деформируемой цилиндрической системы по заданному полю давления. С этой целью уравнения гидродинамики дополняются уравнениями движения деформируемой системы. Важным в данной задаче является определение присоединенных масс жидкости, которые характеризуют инерционное противодействие среды движению границ деформируемой системы. Причем это противодействие соответствует форме колебания поверхности системы. Выражение для коэффициентов присоединенных масс жидкости при колебании цилиндрической деформируемой системы конечной длины получено впервые.

**Предмет исследования.** Деформация газовой полости цилиндрической формы под воздействием ударной волны подводного взрыва.

**Материалы и методы.** Задача деформации газовой полости цилиндрической формы рассматривается впервые. Решение задачи гидродинамики выполнено аналитическими методами. Получены точные зависимости для прогнозирования полей давления в окружающей среде при колебании газовых полостей.

**Результаты.** Решена прямая задача гидродинамики, связанная с определением полей давления по заданному движению поверхности деформируемой системы. Полученный результат может быть использован для решения обратной задачи, связанной с определением движения поверхности деформируемой цилиндрической системы по заданному полю давления.

**Выводы.** Изучен случай, имеющий большое практическое значение, при котором граница полости в процессе своего движения сохраняет цилиндрическую форму. Уравнения движения границ выведены в нелинейном виде.

**Ключевые слова:** воздушные полости цилиндрической формы, присоединенные массы жидкости, инерционное противодействие среды движению границ деформируемой системы.

**ВВЕДЕНИЕ**

Подводный взрыв является источником ударных волн, параметры которых в чистой воде могут достигать значительных размеров, нанося ущерб подводным объектам [1–7]. Феномен ударной волны, представляющей собой поверхность разрыва, которая движется внутри среды, при этом давление, плотность, температура и гидродинамическая скорость испытывают значительные конечные скачки на поверхности разрыва (фронте волны), что может приводить как к негативным, так и к полезным результатам [8]. Большой вклад в изучение физики ударных волн в жидких средах внесли как отечественные, так и зарубежные ученые [1, 9–15].

В ударной волне на расстояниях порядка 10–4 см могут возникать ускорения порядка 1000 м/с<sup>2</sup>, а ускорения в Лагранжевой системе измеряются миллиардами *g*. Ударная волна представляет собой пример сильного разрыва гидродинамических параметров, когда функции, их описывающие, претерпевают конечные разрывы. К сильным

разрывам относятся также тангенциальные (контактные) разрывы [15].

Интенсивность ударной волны обычно характеризуется относительным скачком давления  $(p_2 - p_1)/p_1$  или числом Маха  $M_1 = D/c_1$ , где  $c_1$  – скорость звука в веществе перед ударной волной. Фактически ударная волна – это слой ненулевой толщины, в котором очень велики градиенты гидродинамических параметров – давления, плотности, температуры и скорости частиц. Поэтому необходимо нахождение как скорости, так и значений гидродинамических параметров на разных сторонах разрыва, т. е. перед и после ударной волны. Состояния вещества по обе стороны ударной волны – давления  $p$ , плотности  $\rho$ , скорости течения  $v$  и удельной внутренней энергии  $E$  – связаны соотношениями Ранкина–Гюгонио, которые выражают законы сохранения массы, импульса и энергии [15]. Также применяется формальный способ вычисления полей в условиях наличия ударных волн с помощью решений дифференциальных уравнений [16].

Однако, как показано в работах [17–20], ударная волна, распространяясь в воде с газовыми

включениями, претерпевает значительную деформацию. Предварительные исследования показали возможность управления пиками давления и, следовательно, создания условий для безопасной эксплуатации подводных объектов. В статье будут рассмотрены вопросы защиты подводных объектов при помощи воздушных полостей цилиндрической формы.

Основная проблема гидродинамики воздушных полостей состоит в определении гидродинамических сил, возникающих на поверхности деформируемой системы и зависящих от ее формы и характера движения. Вторая проблема заключается в исследовании движения самой деформируемой системы [21–23]. Динамические процессы в механических системах подразделяют на стационарные и нестационарные. Нестационарные процессы возникают в гидроупругих системах при внешнем воздействии импульсных, кратковременных или переменных во времени, нагрузок, а также при смене режимов движения системы. Изучение неустановившихся движений актуально для решения различных практических вопросов, так как именно в самом неустановившемся характере явления заключается его сущность.

### АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ

Развитие теории переходных процессов в системах гидроупругости неразрывно связано с исследованием критических ситуаций, которые возникают в процессе организации защиты подводных объектов от взрывных воздействий. Постановка задачи гидроупругости начинается с определения физической модели, схематизирующей реальный объект [15, 24–26]. В данном случае рассматривается деформируемый цилиндрический объект конечной длины как физическая модель реальной воздушной защиты объекта (рис. 1).

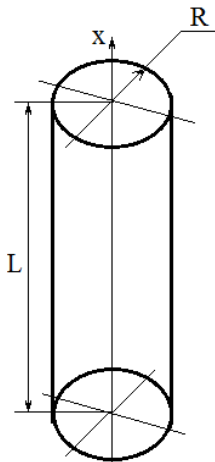


Рис. 1. Элемент противовзрывной защиты  
Fig. 1. Anti-explosion protection element

Следует подчеркнуть, что, несмотря на интенсивное развитие в настоящее время вычислительной техники и численных методов

решения задач динамики сложных сред, дальнейший научный прогресс продолжает быть в значительной степени связанным с успехами в области аналитических исследований проблем механики. Эти исследования направлены на введение новых теоретических понятий и моделей, на выявление существенных механизмов в изучаемых процессах, на схематизацию и постановку новых проблем, на математическую постановку новых задач и разработку алгоритмов их решения [10–11, 27].

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

При определении гидродинамических сил в жидкости обычно полагают, что при отсутствии колебания деформируемой системы жидкость неподвижна. В этом случае давление в жидкости можно определить с помощью линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $t$  – время. При определении потенциальной функции скорости акустической среды  $\varphi$  используют волновое уравнение

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\nabla^2$  – оператор Лапласа в принятой системе координат;  $c_0$  – скорость звука в жидкости; потенциал  $\varphi$  и вектор скорости  $\vec{v}$  связаны зависимостью

$$\vec{v} = \text{grad}(\varphi). \quad (3)$$

При условии безотрывного обтекания граничные условия для  $\varphi$  заключаются в том, что всюду на поверхности контакта с деформируемой системой  $\partial \varphi / \partial n$ , перпендикулярной этой поверхности, определяется ее движением  $w$ . На неподвижных стенках  $\partial \varphi / \partial n = 0$ . На поверхности контакта  $s$

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_s = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\dot{w}, \quad (4)$$

где  $s$  – поверхность контакта;  $n$  – направление внутренней нормали. Если деформируемая система окружена безграничной жидкостью, то все вызванные ею возмущения при удалении от нее должны затухать. Поэтому потенциал скорости возмущенного движения должен подчиняться условию

$$\varphi \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Уравнения (1)–(5) представляют собой в общем виде линейную постановку задачи определения гидродинамических сил. В этом случае перемещение  $w$  считается малым по сравнению с размерами деформируемой системы. Линейная постановка гидродинамической задачи не

исключает использования нелинейных уравнений движения оболочек деформируемых систем.

Реальные цилиндрические объекты имеют конечные размеры. В этом случае задача определения гидродинамических сил значительно усложняется. Во многих работах, посвященных колебаниям оболочек с жидкостью, авторы считают жидкость несжимаемой, сводя задачу к плоской. В этом случае движение жидкости описывается уже не волновым уравнением (2), а уравнением Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0. \quad (6)$$

Представим реальную цилиндрическую деформируемую систему конечной длины в виде бесконечно длинного цилиндра, у которого за пределами изучаемого объекта поверхность является абсолютно жесткой (рис. 2). Этим самым влияние жидкости на концах деформируемого объекта заменяется влиянием полу бесконечных жестких цилиндров. В рамках такой постановки удастся получить строгое решение задачи. Введем цилиндрическую систему координат  $(x, r, \theta)$ .

Потенциал скоростей  $\varphi$  при осесимметричных колебаниях деформируемой системы удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

**Решение уравнения Лапласа.** Выражение для потенциала скорости жидкости ищется с помощью интегрального преобразования Фурье

$$\varphi^F(\omega r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(xr) e^{-i\omega x} dx. \quad (11)$$

Уравнение (7) примет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi^F}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \varphi^F}{\partial \bar{r}} - \omega^2 \varphi^F = 0. \quad (12)$$

Здесь  $\bar{r} = r/R$  – относительная радиальная координата.

Зададим производную дифференциала скорости жидкости по радиальной координате на поверхности цилиндрической системы ( $\bar{r} = 1$ ) разложением в тригонометрический ряд Фурье

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{r}} = \begin{cases} \sum_{s=0}^{\infty} \dot{a}_s \text{Cos} \frac{s\pi \bar{x}}{l} + \sum_{s=1}^{\infty} \dot{b}_s \text{Sin} \frac{s\pi \bar{x}}{l} & \text{при } \bar{x} \in [-l, l], \\ 0 & \text{при } \bar{x} \notin [-l, l]. \end{cases} \quad (13)$$

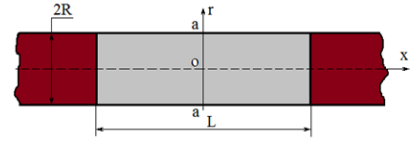
Здесь коэффициенты  $\dot{a}_s, s = \overline{0, \infty}$  и  $\dot{b}_s, s = \overline{1, \infty}$  – функции времени. К разложению (13) применим косинус- и синус преобразования Фурье для четных и нечетных функций:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_c^F(\omega \bar{r}) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \varphi(\bar{x}, \bar{r}) \text{Cos}(\omega \bar{x}) d\bar{x}, \\ \varphi_s^F(\omega \bar{r}) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \varphi(\bar{x}, \bar{r}) \text{Sin}(\omega \bar{x}) d\bar{x}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Получим для ( $\bar{r} = 1$ )

Потенциал  $\varphi$ , являющийся решением уравнения (7), на бесконечности удовлетворяет условию затухания

$$\varphi \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (8)$$



**Рис. 2.** Модель цилиндрического деформируемого объекта

**Fig. 2.** Model of a cylindrical deformable object

На жестких концах системы выполняется условие непроницаемости

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad \text{при } \bar{x} \notin [-l, l], \quad r = R. \quad (9)$$

На деформируемой части системы

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\dot{w} \quad \text{при } \bar{x} \in [-l, l], \quad r = R. \quad (10)$$

Здесь  $l = L/(2R)$  – относительная длина деформируемого объекта,  $\bar{x} = x/R$  – ее относительная координата.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi^F}{\partial \bar{r}} = & \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{a}_s \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\omega \cdot \text{Sin}(\omega l)}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} - \\ & - i \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{b}_s \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\frac{s\pi}{l} \cdot \text{Sin}(\omega l)}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнение (12) представим в виде

$$\bar{r}^2 \frac{\partial^2 \varphi^F}{\partial \bar{r}^2} + \bar{r} \frac{\partial \varphi^F}{\partial \bar{r}} - (\bar{r}^2 \omega^2 + 0^2) \varphi^F = 0, \quad (16)$$

решением которого является линейная комбинация модифицированных функций Бесселя первого и второго рода чисто мнимого аргумента

$$\varphi^F = C_1 I_0(\omega \bar{r}) + C_2 K_0(\omega \bar{r}). \quad (17)$$

С учетом граничного условия (8) получим

$$\varphi^F = C_2 K_0(\omega \bar{r}). \quad (18)$$

Уравнение (18) дифференцируем по радиальной координате при  $\bar{r} = 1$

$$\frac{\partial \varphi^F}{\partial \bar{r}} = -C_2 \omega K_1(\omega).$$

Откуда

$$C_2 = -\frac{1}{\omega K_1(\omega)} \cdot \frac{\partial \varphi^F}{\partial \bar{r}}. \quad (19)$$

Полученный результат подставляем в (18), и с учетом выражения (15), получим

$$\begin{aligned} \varphi^F = & -\frac{K_0(\omega \bar{r})}{\omega K_1(\omega)} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{a}_s \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\omega \cdot \text{Sin}(\omega l)}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} + \\ & + i \frac{K_0(\omega \bar{r})}{\omega K_1(\omega)} \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{b}_s \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\frac{s\pi}{l} \cdot \text{Sin}(\omega l)}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} \end{aligned} \quad (20)$$

Далее, переходя к обратному преобразованию Фурье, будем иметь

$$\begin{aligned} \varphi = & -\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{a}_s \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l) \text{Cos}(\omega \bar{x})}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} d\omega - \\ & - \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{b}_s \frac{2s}{l} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{\omega K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l) \text{Sin}(\omega \bar{x})}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} d\omega. \end{aligned} \quad (21)$$

Получено выражение для потенциала скорости жидкости по всей длине модели, позволяющее определить поле давлений в пространстве.

Для нахождения гидродинамических сил, действующих на деформируемую систему  $\bar{F}$ , в уравнение (21) подставляется значение  $\bar{r} = 1$ .

**К расчету присоединенной массы жидкости при колебании в ней цилиндрической системы конечной длины.** Решена прямая задача гидродинамики, связанная с определением полей давления по заданному движению поверхности деформируемой системы. Полученный результат

может быть использован для решения обратной задачи, связанной с определением движения поверхности деформируемой цилиндрической системы по заданному полю давления. С этой целью уравнения гидродинамики дополняются уравнениями движения деформируемой системы. Важным в данной задаче является определение присоединенных масс жидкости, которые характеризуют инерционное противодействие среды движению границ деформируемой системы. Причем это противодействие соответствует форме колебания поверхности системы.

Определим присоединенные массы жидкости, используя известное выражение для кинетической энергии жидкости

$$T = -\frac{\rho}{2} \iint \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds. \quad (22)$$

В (22) интегрирование производится по поверхности цилиндра от 0 до  $2\pi$  и от  $-l$  до  $l$ , где элемент площади  $ds = R d\theta dx$ . Для  $\varphi$  используется полученное выражение (21). На границе деформируемой системы ( $\bar{r} = 1$ )

$$\begin{aligned} \varphi = & -\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{a}_s \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l) \text{Cos}(\omega \bar{x})}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} d\omega - \\ & -\sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s+1} \dot{b}_s \frac{2s}{l} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{\omega K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l) \text{Sin}(\omega \bar{x})}{\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2} d\omega. \end{aligned} \quad (23)$$

Для  $\partial\varphi/\partial n$  используется разложение (13). После подстановки правых частей уравнений (13) и (23) в (22), интегрирования и ряда преобразований получим

$$T = 2\pi R^2 L \rho \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\dot{a}_s \dot{a}_m}{2} \alpha_{sm}^* + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\dot{b}_s \dot{b}_m}{2} \beta_{sm}^* \right], \quad (24)$$

где:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{sm}^* &= (-1)^{s+m} \frac{2}{\pi l} \times \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\omega \text{Sin}^2(\omega l) d\omega}{\left[\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2\right] \left[\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 - \omega^2\right]}, \\ \beta_{sm}^* &= (-1)^{s+m} \frac{2\pi s m}{l^3} \times \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega)}{\omega K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}^2(\omega l) d\omega}{\left[\left(\frac{s\pi}{l}\right)^2 - \omega^2\right] \left[\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 - \omega^2\right]}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Формулы (25) являются коэффициентами присоединенных масс жидкости.

Наиболее важное значение для практики приложений имеет форма колебания, соответствующая случаю, когда граница деформируемой системы в процессе движения остается цилиндрической ( $s = m = 0$ ). В этом случае выражение для кинетической энергии жидкости имеет вид

$$T = 2\pi R^2 L \rho \frac{\dot{a}_0^2}{2} \alpha_{00}^*. \quad (26)$$

Введем обозначение  $\alpha_{00}^* = \bar{m}^*$ . Из выражения (26) видно, что величина присоединенной массы жидкости на единицу площади цилиндрической поверхности определяется по формуле

$$m^* = \bar{m}^* \rho R, \quad (27)$$

где

$$\bar{m}^* = \frac{2}{\pi l} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}^2(\omega l)}{\omega^3} d\omega. \quad (28)$$

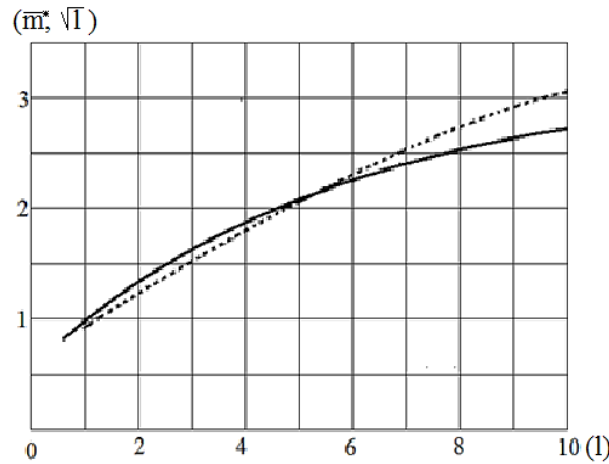


Рис. 3. Коэффициенты присоединенных масс жидкости  
 Fig. 3. Coefficients of the attached liquid masses

Таблица 1. Значения для  $\bar{m}^*$  в зависимости от удлинения цилиндрической системы (рис. 3)  
 Table 2. Values for  $\bar{m}^*$  depending on the extension of the cylindrical system (Fig. 3)

$l$	0,50	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	10,0
$\bar{m}^*$	0,68	1,02	1,46	1,75	1,98	2,15	2,77

Выражение для коэффициентов присоединенных масс жидкости при колебании цилиндрической деформируемой системы конечной длины получено впервые.

Как видно из таблицы, при  $l < 10$  величина  $\bar{m}^* \approx \sqrt{l}$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Подводя предварительные итоги, необходимо отметить, что аппроксимация границы, движущейся цилиндрической деформируемой системы, показанная на рис.4, позволяет получить эффективное решение целого ряда практических задач.

Аппроксимация границы газонаполненной полости цилиндрической поверхностью позволяет относительно без особых затруднений составить уравнения колебаний деформируемой системы в жидкости в нелинейной постановке, что особенно важно при больших перемещениях (скоростях) этой поверхности [28–34]. При этом уравнения движения получаются аналогичными известной задаче [24] о движении границ сферической полости в жидкости.

**Нелинейные уравнения колебаний цилиндрической деформируемой системы конечной длины в жидкости.** Рассмотрим деформируемую систему в жидкости в виде цилиндрической газовой полости конечной длины (рис. 4) [35–36].

Как и ранее продолжим деформируемую полость длиной  $2L$  в оба конца полу бесконечными жесткими цилиндрами. Уравнение движения границ газовой (как границы деформируемой системы) получим с помощью уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{R}} - \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial R} = Q(t). \quad (29)$$

Здесь  $R$  – радиус цилиндрической полости;  $\dot{R}$  – скорость движения ее поверхности.

Применим приближение, в котором предполагается, что (в общем случае) при переменном параметре  $L$  расширение (сжатие) границы газовой полости возбуждают радиальное движение окружающей жидкости. Кинетическую энергию жидкости определим из выражения

$$T = -\frac{\rho}{2} \iint \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds. \quad (30)$$

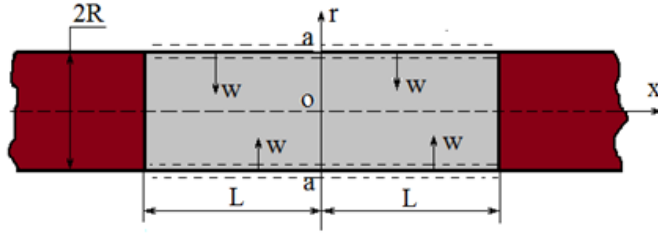


Рис. 4. Модель для вывода нелинейных уравнений колебаний цилиндрической поверхности

Fig. 4. A model for the derivation of nonlinear equations of vibrations of a cylindrical surface

Учитываем только нормальные силы инерции при осесимметричном движении границы деформируемой системы. При этом используются решения, полученные ранее:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial n} &= \dot{R}; \quad \varphi = -R\dot{R}\bar{m}^*; \quad ds = R d\theta dx; \\ \bar{m}^* &= \frac{2}{\pi l} \int_0^\infty \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}^2(\omega l)}{\omega^3} d\omega; \quad l = \frac{L}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

После подстановки выражений (31) в уравнение для кинетической энергии (30) и интегрирования по поверхности цилиндра будем иметь

$$T = \pi \rho \bar{m}^* R^2 \dot{R}^2 L. \quad (32)$$

Потенциальная энергия газов в цилиндрической полости представляет собой сумму энергий гидростатических сил давления и работы расширения (сжатия). Если газ рассматривается как идеальный с постоянным отношением удельных теплоемкостей ( $\kappa$ ) и изменение его состояния происходит по адиабате, то разность давлений в газовой полости ( $p$ ) и в окружающей среде ( $p_0$ ) можно выразить через геометрические параметры деформируемой системы

$$\Delta p = p_g - p_0 = p_0 \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^{2\kappa} - 1 \right]. \quad (33)$$

Потенциальную энергию газа найдем из выражения

$$V = - \int_{W_0}^W \Delta p dW. \quad (34)$$

После интегрирования (34) с учетом (33) будем иметь

$$V = \frac{p_0 \pi R_0^2 L}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^{2(\kappa-1)} - 1 \right] + p_0 \pi R_0^2 L \left[ \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 - 1 \right]. \quad (35)$$

Выражения (32) и (35) подставляем в уравнение Лагранжа (29). Предварительно предполагаем, что отсутствует внешний источник возмущения  $Q(t) = 0$ . После ряда преобразований получим

$$\left( \ddot{R} + \frac{\dot{R}^2}{R} + \frac{\dot{R}v}{L} \right) \bar{m}^* + \dot{R} \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial t} - \frac{\dot{R}^2}{2} \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R} = \frac{\Delta p}{\rho R}. \quad (36)$$

Здесь  $v = \partial L / \partial t$ .

При наличии внешнего воздействия (например, при подводном взрыве) обобщенная сила в (29) может быть определена как  $Q(t) = 2\pi R L p^+$ , где  $p^+$  – давление в падающей волне.

Выразим производную коэффициента присоединенных масс жидкости по времени через параметры деформируемой системы

$$\frac{\partial \bar{m}^*}{\partial t} \cdot \frac{\partial l}{\partial l} = \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial l} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{L}{R} \right). \quad (37)$$

Далее выполнены следующие преобразования:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{L}{R} \right) &= \frac{vR - L\dot{R}}{R^2}, \\ \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial l} &= -\frac{R^2}{L} \cdot \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Следовательно

$$\frac{\partial \bar{m}^*}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R} \left( \frac{vR}{L} - \dot{R} \right). \quad (39)$$

Результат (39) подставляем в уравнение (36)

$$\left( \ddot{R} + \frac{\dot{R}^2}{R} + \frac{\dot{R}v}{L} \right) \bar{m}^* - \left( \frac{vR\dot{R}}{L} - \frac{\dot{R}^2}{2} \right) \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R} = \frac{\Delta p}{\rho R}. \quad (40)$$

Из второго уравнения (38) имеем

$$\frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R} = -\frac{L}{R^2} \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial l} = -\frac{l}{R} \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial l}. \quad (41)$$

$\partial \bar{m}^* / \partial l$  находится из уравнения (31)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{m}^*}{\partial l} &= -\frac{2}{\pi l^2} \int_0^\infty \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}^2(\omega l)}{\omega^3} d\omega + \\ &+ \frac{2}{\pi l} \int_0^\infty \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{2\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega. \end{aligned} \quad (42)$$

Обозначим

$$B = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{K_0(\omega)}{K_1(\omega)} \cdot \frac{2\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega. \quad (43)$$

В этом случае

$$\frac{\partial \bar{m}^*}{\partial R} = \frac{\bar{m}^*}{R} - \frac{2B}{R}. \quad (44)$$

В окончательном виде нелинейное уравнение движения границы газовой цилиндрической полости переменной длины в несжимаемой жидкости запишется следующим образом

$$\bar{m}^* \left( \ddot{R} + \frac{3\dot{R}^2}{2R} \right) + \left( \frac{2v\dot{R}}{L} - \frac{\dot{R}^2}{R} \right) B = \frac{\Delta p}{\rho R}. \quad (45)$$

Здесь  $\dot{R} = dR/dt$ ;  $\ddot{R} = d^2R/dt^2$ ;  $v = dL/dt$ .

Колебание границы цилиндрической полости генерирует движение жидкости, создавая избыточное давление  $\Delta p^-$ , которое определяется с помощью уравнения Коши-Лагранжа

$$\Delta p^- = -\rho \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} \right). \quad (46)$$

Здесь  $v$  – скорость жидкости на границе деформируемой системы.

Потенциал скорости жидкости  $\varphi(\bar{r}, t)$  находится с помощью уравнения (21). Вводится предположение: граница газовой полости в любой момент времени является цилиндрической. Такая аппроксимация представляется привлекательной с целью получения простых задач колебания газовых полостей в нелинейной постановке. Наибольший интерес имеет распределение поля давления, генерируемое цилиндрической поверхностью в плоскости  $x = 0$  (рис. 4), то есть в среднем сечении полости. Из сказанного следует

$$\varphi(\bar{r}, t) = -\dot{R}R \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega. \quad (47)$$

Производная потенциала скорости жидкости по времени берется с учетом того, что параметры цилиндрической полости ( $R$  и  $L$ ) переменны во времени



$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & -\ddot{R}R \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega - \\ & -\dot{R}^2 \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega - \dot{R}v \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Cos}(\omega l)}{\omega} d\omega + \\ & + \frac{\dot{R}^2 L}{R} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Cos}(\omega l)}{\omega} d\omega - \frac{\dot{R}^2 r}{R} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega} d\omega. \end{aligned} \quad (48)$$

Введем обозначение

$$A = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega^2} d\omega. \quad (49)$$

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial l} &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Cos}(\omega l)}{\omega} d\omega, \\ \frac{\partial A}{\partial \bar{r}} &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_1(\omega \bar{r})}{K_1(\omega)} \cdot \frac{\text{Sin}(\omega l)}{\omega} d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

С учетом проведенных преобразований и введенных обозначений следует

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -(\ddot{R}R + \dot{R}^2)A - \left( \dot{R}v - \frac{\dot{R}^2 L}{R} \right) \frac{\partial A}{\partial l} + \frac{\dot{R}^2 r}{R} \cdot \frac{\partial A}{\partial \bar{r}}. \quad (51)$$

Второй член в скобках уравнения (46) получим путем дифференцирования выражения (48) по радиальной координате

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{r}} = v = -\dot{R} \frac{\partial A}{\partial \bar{r}}. \quad (52)$$

Далее выражения (51) и (52) подставляем в уравнение (46). Окончательно будем иметь

$$\frac{\Delta p^-}{\rho} = (\ddot{R}R + \dot{R}^2)A + \left( \dot{R}v - \frac{\dot{R}^2 L}{R} \right) \frac{\partial A}{\partial l} - \frac{\dot{R}^2 r}{R} \frac{\partial A}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A}{\partial \bar{r}} \right)^2. \quad (53)$$

Полученные нелинейные уравнения динамики цилиндрической газовой полости (45) и (53) позволяют определить движение ее границ и поля давления, вызванные течением жидкости.

## ВЫВОДЫ

1. Решена гидродинамическая задача и получено аналитическое выражение для потенциала скорости жидкости (21) возмущенного движения границ раздела цилиндрической полости конечной длины. Решение гидродинамической задачи выполнено в линейной постановке, при этом начальные условия принимаются для недеформируемой системы. С целью изучения движения самих границ полости в жидкости к уравнениям гидродинамики необходимо добавить граничные условия контакта полости с жидкостью.

2. Получено выражение для кинетической энергии жидкости в зависимости от параметров, описывающих движение границ цилиндрической полости конечной длины. Выражение найдено в виде суммы квадратичных функций, в которые входят обобщенные присоединенные массы

жидкости. Выведены формулы для расчета коэффициентов присоединенных масс в виде несобственных интегралов.

3. Изучен случай, имеющий большое практическое значение, при котором граница полости в процессе своего движения сохраняет цилиндрическую форму. В рамках принятого допущения получено точное решение задачи гидродинамики в предположении больших перемещений границ цилиндрической полости. При этом уравнения движения границ выведены в нелинейном виде.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коул Р. Подводные взрывы. М.: Иностранная литература, 1950. – 495 с.
2. Коробейников В.П., Христофоров Б.Д. Подводный взрыв // Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика. 1976. Т. 9. С. 54–119.

3. Фортов В.Е. Мощные ударные волны и экстремальное состояние вещества // УФН. 2007. Т. 177. № 4. С. 347–368.
4. Сидняев Н.И. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 2. С. 1–21. <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html>.
5. Igolkin Sergey I., Melker Alexander I. Structure of shock waves arising in underwater explosion // *Materials Physics and Mechanics*. 2014. Vol. 20. Pp. 142-147.
6. Igolkin Sergey I., Melker Alexander I. Molecular hydrodynamics of deep-water explosions // *Materials Physics and Mechanics*. 2014. Vol. 20. Pp. 159-174.
7. Сидняев Н.И., Шипилова О.А. Воздействие подводного взрыва на гидродинамику и характер распространения возмущений // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. Вып. 11. 9 с. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-11-1705>.
8. Шарфарец Б.П. О динамике ударных волн в жидкости. Обзор // Научное приборостроение. 2016. Том 26. № 4. С. 43–54.
9. Федоров А.В., Федорова Н.Н., Фомин П.А., Вальгер С.А. Распространение взрывных процессов в неоднородных средах. Новосибирск: Параллель, 2016. 258 с.
10. Кобылкин И.Ф., Селиванов В.В., Соловьев В.С., Сысоев Н.Н. Ударные и детонационные волны. Методы исследования. М.: Физматлит, 2004. 376 с.
11. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
12. Физика взрыва. Т. 1 / Под ред. Л.П. Орленко. М.: Наука, 2004. 832 с.
13. Коробейников В.П., Христофоров Б.Д. Подводный взрыв // Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика. 1976. Т. 9. С. 54–119.
14. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
16. Крайнов В.П. Нелинейные задачи гидродинамики. М.: МФТИ, 1996. 92 с.
17. Яковлев Ю.С. Гидродинамика взрыва. Ленинград: Судпромгиз, 1961. 313 с.
18. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Ленинград: Судостроение, 1967. 194 с.
19. Сычев А.И. Сильные ударные волны в пузырьковых средах // Журнал технической физики. 2010. Том 80. Вып. 6. С. 31–35.
20. Кузнецов В.В., Сафонов С.А. Особенности взаимодействия ударных волн с пузырьковыми экранами в жидкости // Динамика многофазных сред. Под редакцией В.М. Фомина, А.В. Федорова. 2015. Издательство: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (Новосибирск). С. 200–201.
21. Аганин А.А., Гусева Т.С. Удар струи по тонкому слою жидкости на стенке // Вестник Башкирского университета. 2016. Т. 21. № 2. С. 245-250.
22. Аганин А.А., Гусева Т.С. Удар жидкого конуса по плоской твердой стенке // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. 2016. Т. 158. Кн. 1. С. 117–128.
23. Khakimov A.G. Flow around a circular cylindrical shell // *Fluid Dynamics*. 2020. Vol. 55. № 2. P. 154-161.
24. Ламб Г. Гидродинамика. М: ОГИЗ, 1947. 929 с.
25. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть 1. Под ред. И.А. Кибеля. М.: Физматлит, 1963. 583 с.
26. Зубрилов С.П. Гидромеханика быстротекущих процессов. Л.: ЛИВТ, 1991. 60 с.
27. Аганин А.А., Гусева Т.С. Численное моделирование удара струи по стенке // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 3. С. 123–138.
28. Кедринский В.К. Ударные волны в жидкости с пузырьками газа // Физика горения и взрыва. 1980. № 5. С. 14–25.
29. Hawker N. A., Ventikos Y. Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium: a numerical study // *J. Fluid Mech*. 2012. Vol. 701. Pp. 59–97.
30. Аганин А.А., Гусева Т.С., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Ударные волны в жидкости при импульсном воздействии кавитационного пузырька на жесткую стенку // Ученые записки Казанского университета. Серия физ.-матем. науки. 2015. Том 157. Кн. 2. С. 5–18.
31. Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Khismatullina N.A. The calculation of weakly nonspherical cavitation bubble impact on a solid // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng*. 2016. V. 158. Art. 012003, Pp. 1–6.
32. Garen W. Experimental investigation of shock-bubble properties at the liquid–air phase boundary / W. Garen, B. Meyerer, Y. Kai, W. Neu, S. Koch, U. Teubner // *30th International Symposium on Shock Waves 2*. Springer, Cham, 2017. Pp. 1153–1157.
33. Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Динамика пузырька газа в жидкости вблизи твердой поверхности // Ученые записки Казанского университета. Серия физ.-матем. науки. 2018. Т. 160. Кн. 1. С. 154-164.
34. Vlasova O.A., Kozlov V.G., Kozlov N.V. Lift Force Acting on a Heavy Solid in a Rotating Liquid-Filled Cavity with a Time-Varying Rotation Rate // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2018. Vol. 59. № 2. P. 219-228.
35. Слепян Л.И., Яковлев Ю.С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики. Ленинград: Судостроение, 1980. 343 с.

## REFERENCES

1. Cole R. Underwater explosions. Moscow: Foreign Literature Publ.; 1950. (In Russ.)
2. Korobejnikov V.P., Hristoforov B.D. Underwater explosion // *Itoinaukiitexniki. Ser. Gidromekhanika.* 1976;9: 54–119. (In Russ.)
3. Fortov V.E. Powerful shock waves and extreme state of matter // *UFN.* 2007; 177 (4): 347–368. (In Russ.)
4. Sidnyaev N.I. Theoretical studies of hydrodynamics in the underwater explosion of a point source // *Inzhenernyjzhurnal: naukainnovacii.* 2013; 2:1–21.  
<http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html> (In Russ.)
5. Igolkin Sergey I., Melker Alexander I. Structure of shock waves arising in underwater explosion // *Materials Physics and Mechanics.* 2014; 20: 142–147.
6. Igolkin Sergey I., Melker Alexander I. Molecular hydrodynamics of deep-water explosions // *Materials Physics and Mechanics.* 2014; 20: 159–174.
7. Sidnyaev N.I., Shipilova O.A. Effect of underwater explosions on hydrodynamics and the nature of perturbation propagation // *Inzhenernyjzhurnal: naukainnovacii.* 2017; 11: 9.  
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-11-1705> (In Russ.)
8. Sharfaret B.P. On the dynamics of shock waves in the liquid. Overview // *NauchnoepriBORstroenie.* 2016; 26 (4): 43–54. (In Russ.)
9. Fedorov A.V., Fedorova N.N., Fomin P.A., Val'ger S.A. Propagation of explosive processes in inhomogeneous media. Novosibirsk: Parallel'Publ.; 2016. (In Russ.)
10. Kobylkin I.F., Selivanov V.V., Solov'ev V.S., Sysoev N.N. Shock and detonation waves. Research methods. M.: FizmatlitPubl.; 2004. (In Russ.)
11. Kedrinskij V.K. Hydrodynamics of explosion. Experiment and models. Novosibirsk: Izdatel'stvo SO RAN Publ.; 2000. (In Russ.)
12. Orlenko L.P. Physics of explosion. Vol. 1. M.: Nauka Publ.; 2004. (In Russ.)
13. Korobejnikov V.P., Hristoforov B.D. Underwater explosion // *Itoinaukiitexniki. Ser. Gidromekhanika.* 1976; 9: 54–119. (In Russ.)
14. Rouch P. Computational hydrodynamics. M.: Mir Publ.; 1980. (In Russ.)
15. Landau L.D., Lifshic E.M. Theoretical physics. Vol. 6. Hydrodynamics. M.: Nauka Publ.; 1986. (In Russ.)
16. Krajinov V.P. Nonlinear problems of hydrodynamics. M.: MFTI Publ.; 1996. (In Russ.)
17. YAKovlev YU.S. Hydrodynamics of explosion.]. Leningrad: Sudpromgiz Publ.; 1961. (In Russ.)
18. Zamyshlyayev B.V., YAKovlev YU.S. Dynamic loads during underwater explosion. Leningrad: Sudostroenie Publ.; 1967. (In Russ.)
19. Sychev A.I. Strong shock waves in bubble environments // *ZHurnaltekhnicheskofiziki.* 2010; 80 (6): 31–35. (In Russ.)
20. Kuznecov V.V., Safonov S.A. Features of the interaction of shock waves with bubble screens in a liquid // *Dinamikamnogofaznyhsred.* 2015: 200–201. Publ.: Federal'noegosudarstvennoebyudzhethnoeuchrezhdenie naukiInstitutteoreticheskijprikladnojmekhanikiim. S.A. HristianovichaSibirskogootdeleniyaRossijskojakkademii nauk (Novosibirsk). (In Russ.)
21. Aganin A.A., Guseva T.S. Collision of high-speed water jet with a thin liquid layer on a rigid wall // *VestnikBashkirskogouniversiteta.* 2016; 21 (2): 245–250. (In Russ.)
22. Aganin A.A., Guseva T.S. Impact of a liquid cone on a flat solid wall // *UchenyeyapiskiKazanskogouniversiteta. Seriyafiziko-matematicheskienauki (Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series).* 2016; 158 (1): 117–128. (In Russ.)
23. Khakimov A.G. Flow around a circular cylindrical shell // *Fluid Dynamics.* 2020; 55 (2): 154–161.
24. Lamb G. Hydromechanics. Moscow: OGIZ Publ.; 1947. (In Russ.)
25. Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. Theoretical hydromechanics. Part 1. Moscow: Fizmatlit Publ.; 1963. (In Russ.)
26. Zubrilov S.P. Gidromekhanikabystroprotekayushchikhprotsessov. Leningrad: LIVT Publ.; 1991. (In Russ.)
27. Aganin A.A., Guseva T.S. Numerical simulation of a jet impact on a wall // *Mathematical modeling.* 2017; 29 (3): 123–138. (In Russ.)
28. Kedrinskij V.K. Shock waves in a liquid with gas bubbles // *Fizikagoreniyaivzryva [Physics of gorenje and explosion].* 1980; 5: 14–25. (In Russ.)
29. Hawker N. A., Ventikos Y. Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium: a numerical study // *J. Fluid Mech.* 2012; 701: 59–97.
30. Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Shock Waves in Liquid under the Pulsed Action of a Cavitation Bubble on a Rigid Wall // *UchenyeyapiskiKazanskogouniversiteta. Seriyafiziko-matematicheskienauki (Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series).* 2015; 157 (2): 5–18. (In Russ.)
31. Aganin A.A., Guseva T.S., Kosolapova L.A., Khismatullina N.A. The calculation of weakly nonspherical cavitation bubble impact on a solid // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2016; 158: 1–6.
32. Garen W. Experimental investigation of shock-bubble properties at the liquid–air phase boundary / W. Garen, B. Meyerer, Y. Kai, W. Neu, S. Koch, U. Teubner // *30th International Symposium on Shock Waves 2.* Springer, Cham. 2017: 1153–1157.
33. Aganin A.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. The dynamics of a gas bubble in liquid near a rigid surface // *UchenyeyapiskiKazanskogouniversiteta. Seriyafiziko-matematicheskienauki (Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series).* 2018; 160 (1): 154–164. (In Russ.)
34. Vlasova O.A., Kozlov V.G., Kozlov N.V. Lift

Force Acting on a Heavy Solid in a Rotating Liquid-Filled Cavity with a Time-Varying Rotation Rate // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2018; 59 (2): 219-228.

35. Slepyan L.I., YAKovlev YU.S. Integral

transformations in nonstationary problems of mechanics. Leningrad: SudostroeniePubl.; 1980. (InRuss.)

## HYDRODYNAMICS OF CYLINDRICAL GAS CAVITIES

Chemodurov V.T.<sup>1</sup>, Azhernachev S.G.<sup>2</sup>, Litvinova E.V.<sup>3</sup>

V.I. Vernadsky Crimean Federal University,  
Institute «Agrotechnological academy»  
Simferopol, Republic of Crimea, Russian Federation  
e-mail: Chens\_mu1@mail.ru<sup>1</sup>, SGA.simf@gmail.com<sup>2</sup>, EllaLit@mail.ru<sup>3</sup>

**Abstract.** The issues of protection of underwater objects with the help of cylindrical air cavities are studied. The main problem of the hydrodynamics of air cavities is the determination of the hydrodynamic forces arising on the surface of the deformable system and depending on its shape and nature of movement. Therefore, it is necessary to study the motion of the deformable system itself. A deformable cylindrical object of finite length is considered as a physical model of real air protection of the object. The direct problem of hydrodynamics associated with the determination of pressure fields by a given motion of the surface of a deformable system is solved. The obtained result can be used to solve the inverse problem associated with determining the motion of the surface of a deformable cylindrical system according to a given pressure field. For this purpose, the equations of hydrodynamics are supplemented by the equations of motion of the deformable system. It is important in this task to determine the attached fluid masses that characterize the inertial counteraction of the medium to the movement of the boundaries of the deformable system. Moreover, this counter-action corresponds to the shape of the oscillation of the surface of the system. The expression for the coefficients of the attached masses of the liquid during the oscillation of a cylindrical deformable system of finite length is obtained for the first time.

**Subject of research:** Deformation of a cylindrical gas cavity under the influence of an underwater explosion shock wave.

**Materials and methods.** The problem of deformation of a cylindrical gas cavity is considered for the first time. The solution of the problem of hydrodynamics is performed by analytical methods. Exact dependences have been obtained for predicting pressure fields in the environment when gas cavities fluctuate.

**Results.** The direct problem of hydrodynamics related to the determination of pressure fields by a given motion of the surface of a deformable system has been solved. The obtained result can be used to solve the inverse problem related to determining the movement of the surface of a deformable cylindrical system according to a given pressure field.

**Conclusions.** A case of great practical importance has been studied in which the boundary of the cavity retains a cylindrical shape during its movement. The equations of motion of the boundaries are derived in a non-linear form.

**Key words:** cylindrical air cavities, attached masses of liquid, inertial counteraction of the medium to the movement of the boundaries of the deformable system.